Mat. B (Sådan huskes fomlerne)
Formler, som skal kunnes til prøven uden hjælpemidler

Her er tilføjet bemærkninger til nogle af formlerne

Indhold

Brøker

Disse regler kan læres ved at træne med http://mahf.dk/tdc/bType2.htm

	Regel	Formel	Eksempel
Helt tal gange brøk	Det hele tal ganges ind i tælleren	$k\cdot\frac{a}{b}=\frac{k\cdot a}{b}$	$3\cdot\frac{2}{7}=\frac{3\cdot 2}{7}=\frac{6}{7}$
Brøk gange brøk	Tæller gange tæller og nævner gang nævner	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$	$\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 3}{7\cdot 5}=\frac{6}{35}$
Brøk divideret med helt tal	Det hele tal ganges ind i nævneren	$\frac{a}{b}:k=\frac{a}{b\cdot k}$	$\frac{2}{7}:3=\frac{2}{7\cdot 3}=\frac{2}{21}$
Helt tal divideret med brøk	Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte	$k:\frac{a}{b}=k\cdot\frac{b}{a}$	$3:\frac{2}{7}=3\cdot\frac{7}{2}=\frac{21}{2}$
Brøk divideret med brøk	Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte	$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$	$\frac{2}{7}:\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 3}=\frac{10}{21}$
Forkorte en brøk	Tæller og nævner divideres med samme tal	$\frac{a}{b}=\frac{a/k}{b/k}$	$\frac{6}{21}=\frac{6/3}{21/3}=\frac{2}{7}$
Forlænge en brøk	Tæller og nævner ganges med samme tal	$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot k}{b\cdot k}$	$\frac{2}{7}=\frac{2\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{6}{21}$
Brøk plus brøk med samme nævner	Tæller plus tæller og behold den fælles nævner	$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$	$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+3}{7}=\frac{5}{7}$
Brøk minus brøk med samme nævner	Tæller minus tæller og behold den fælles nævner	$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$	$\frac{2}{7}-\frac{3}{7}=\frac{2-3}{7}=\frac{-1}{7}$
Find fællesnævner for 2 brøker	De to nævnere ganges med hinanden	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{b\cdot c}{b\cdot d}$	$\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 5}+\frac{7\cdot 3}{7\cdot 5}=\frac{31}{35}$

Ligninger

Disse regler kan læres ved at træne med http://lyngbydata.dk/matematik/ligninger.htm

Regel	Regel sagt på en anden måde	Eksempel
Man må lægge samme størrelse til på begge sider af lighedstegnet. Man må trække damme størrelse fra på begge sider af lighedstegnet	Man må flytte en størrelse over på den anden side af lighedstegnet, hvis man skifter fortegn på størrelsen	$3x = 2x + 7$ ⇔ $3x - 2x = 7$
Man må gange med samme størrelse på begge sider. Dog ikke med nul.		$\frac{2}{3}x + 5 = 9$ ⇔ $3 \cdot \frac{2}{3}x + 3 \cdot 5 = 3 \cdot 9$ ⇔ $2x + 15 = 27$
Man må dividere med samme størrelse på begge sider		$7x = 35$ ⇔ $x = 5$

Parenteser

Disse regler kan læres ved at træne med http://lyngbydata.dk/matematik/parentes.htm

	Regel	Formel	Eksempel
Tal gange parentes	Tallet ganges med hvert led i parentesen	$k(a+b) = ka + kb$	$7(10+2) = 70+14$
Parentes gange parentes	Hvert led i den ene ganges med hvert led i den anden	$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$	$(3x - 5)(2x+1)$ $= 6x^2 + 3x - 10x - 5$ $= 6x^2 - 7x - 5$
Minus parentes	Man kan hæve en minus parentes ved at skifte fortegn i alle led	$-(a-b) = -a + b$	$-(x-5)$ $= -1(x-5)$ $= -x + 5$

Eksponenter

Formel	Eksempel
$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	$5^3 \cdot 5^4 =$ $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^{3+4}$
$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$\frac{5^7}{5^3} =$ $\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1} =$ $\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{1} = 5^{7-3}$
$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$	$(5 \cdot 7)^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ $5^3 \cdot 7^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^p = a^p : b^p$	$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{7 \cdot 7 \cdot 7}$ $= 5^3 : 7^3$

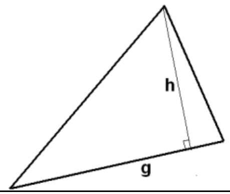
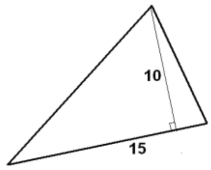
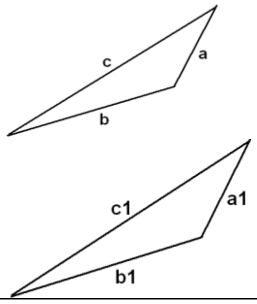
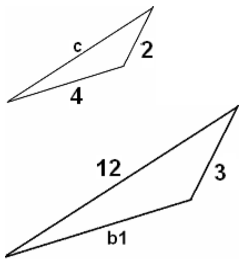
Formel	Eksempel
$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	$(5^3)^4 = 5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 =$ $5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$
$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$	$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$5^{-1} = \frac{1}{5}$
$a^1 = a$	$5^1 = 5$

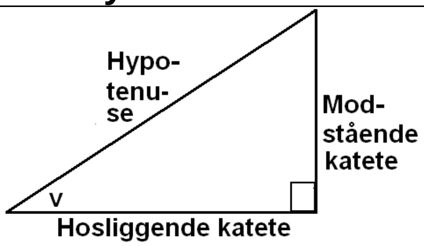
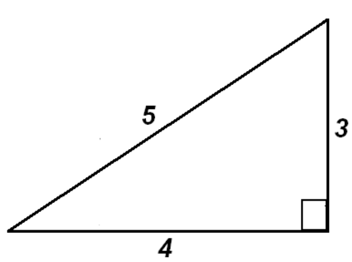
Logaritmer

Formel	Eksempel
$\mathrm{Log}(a \cdot b) = \mathrm{Log}(a) + \mathrm{Log}(b)$	$\mathrm{Log}(5 \cdot 3) = \mathrm{Log}(5) + \mathrm{Log}(3)$
$\mathrm{Log}(^{a}/_{b}) = \mathrm{Log}(a) - \mathrm{Log}(b)$	$\mathrm{Log}(^{5}/_{3}) = \mathrm{Log}(5) - \mathrm{Log}(3)$
$\mathrm{Log}(a^{x}) = x \cdot \mathrm{Log}(a)$	$\mathrm{Log}(5^{3}) = 3 \cdot \mathrm{Log}(5)$
Ligningen $y=a^x$ har løsningen $x = \frac{Log(y)}{Log(a)}$	Ligningen $10000=10^x$ har løsningen $x = \frac{Log(10000)}{Log(10)} = 4$

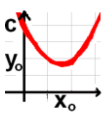
Geometri

Disse regler kan læres ved at træne med http://lyngbydata.dk/matematik/trekanter6.htm

	Bogstaver	Formler	Eksempler
Areal af trekant		T = Areal = ½ højde · grundlinje $T = ½ \cdot h \cdot g$	 $T = ½ \cdot 10 \cdot 15 = 75$
Ens-vinklede trekanter		k = skalafaktor = forstørrelsesfaktor $k = \frac{a_1}{a}$ $b_1 = k \cdot b$ $c = \frac{c_1}{k}$	 $k = \frac{3}{2} = 1{,}5$ $b_1 = 1{,}5 \cdot 4 = 6$ $c = \frac{12}{1{,}5} = 8$

	Symboler m.m.	Formler	Eksempel
Ret-vinklet trekant. Pythagoras,	 Forkortelser: *Hyp*: Hypotenusen *hosl.k*: Hosliggende katete modst: Modstående katete	**Pythagoras** Kvadratet på hypotenusen er lig summen af kateternes kvadrat. $hyp^2 = hosl.k^2 + modst^2$	**Pythagoras**  $5^2 = 4^2 + 3^2$

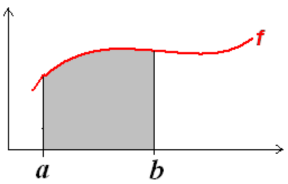
Andengradspolynomiet $p(x) = ax^2 + bx + c$

Diskriminanten	$d = b^2 - 4ac$
Toppunkt: $(x_o\,,\, y_o) = \left(-\frac{b}{2a}\,,\; -\frac{d}{4a}\right)$	Hvis man ikke kan huske toppunktsformlen til delprøven uden hjælpemidler, kan man bemærke, at grafen er vandret ved toppunktet og løse ligningen: $p'(x) = 0$ $\Leftrightarrow \quad 2ax+b = 0$ $\Leftrightarrow \quad 2ax = -b$ $\Leftrightarrow \quad x = \frac{-b}{2a}$ *y*-værdien til toppunktet kan man derefter finde ved at indsætte x-værdien i regneforskriften.
Rødder / nulpunkter $\quad \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$	Her kan det være en hjælp at huske på, at formlen også skal passe, når $d=0$, altså når toppunktet ligger på *x*-aksen. Formlen fremkommer ved at tilføje $\pm\sqrt{d}$ til formlen for toppunktets *x*-værdi.
a fortæller om parablen er glad	Hvis $a>0$, vender grenene opad. Fx x^2, hvor $a=1$
c er skæring med *y*-aksen	Det kan man se ved at indsætte ***0*** i stedet for ***x*** i regneforskriften: $p(0) = a0^2 + b0 + c = c$ Fortegnet for c er derfor let at aflæse af grafen.
b er hældning ved *y*-aksen	Det kan man se ved at differentiere: $p'(x) = 2ax+b$ og hældningen ved y-aksen er $p'(0) = 2a \cdot 0+b = b$ Fortegnet for b er derfor let at aflæse af grafen
d fortæller om parablen skærer *x*-aksen	Hvis d>0 er der 2 skæringer med x-aksen, svarende til 2 rødder/nulpunkter. Hvis d=0, er der et fællespunkt svarende til én rod. Hvis d<0 er der ingen fællespunkter med x-aksen og således ingen rødder/nulpunkter.
 $d < 0,\; c > 0,\; b<0.$ *Glad graf:* $a > 0$	Man skal vide, at når der ikke er nogen fællespunkter med x-aksen, så er der ingen rødder, og så er $d<0$. Man skal også vide, at når grafen er "glad", så er $a>0$.
 $d > 0,\; c > 0,\; b<0.$ *Trist graf:* $a < 0$	Man skal vide, at når der er 2 fællespunkter med *x*-aksen, så er der 2 rødder og så er $d>0$. Man skal også vide, at når grafen er "trist", så er $a<0$

Differentialregning

$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$	Ledvis differentiation
$(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$	Ledvis differentiation
$(k\cdot f(x))' = k\cdot f'(x)$, fx: $(5x^3)' = 5\cdot 3x^2 = 15x^2$	Denne formel siger, at hvis man ganger et udtryk eller en funktion med et tal, så skal man også gange differentialkvotienten med tallet for at finde differentialkvotienten på produktet. Fx $(5\cdot x^3)' = 5\cdot(x^3)' = 5\cdot 3x^2 = 15x^2$
$(k\cdot x)' = k$, fx: $(3x)' = 3$	Grafen for den lineære funktion $f(x) = 3x$ har overalt hældningen 3
$n \neq 0$: $(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$, fx: $(x^3)' = 3x^2$	Denne formel er meget vigtig. Formlen kan også udtrykkes således: $(x^a) = a\cdot x^{a-1}$, $a \neq 0$
$n \neq 0$: $(k\,x^n)' = k\cdot n\cdot x^{n-1}$, fx: $(5x^3)' = 15x^2$	Denne formel er en direkte konsekvens af de nærmeste to ovenstående formler.
$(\sqrt{x})' = (x^{0,5})' = 0{,}5x^{-0,5} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	Denne formel er faktisk en anvendelse af formlen 2 rum højere oppe, hvor $n=0{,}5$
$({}^1/_x)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -{}^1/_{x^2}$	Denne formel er faktisk en anvendelse af formlen 3 rum højere oppe, hvor $n = -1$
$(x^2 - 3x + {}^1/_x)' = 2x - 3 - x^{-2}$	Dette er et eksempel på anvendelse af ovenstående formler.
$(e^x)' = e^x$	e^x er lig sin egen differentialkvotient.
$(k\cdot e^x)' = k\cdot e^x$, fx $(5e^x)' = 5e^x$	Denne formel er en direkte konsekvens af ovenstående formel og den 3. øverste formel på denne side.
$Ln'(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$	Ln er kun defineret for $x>0$

Ligning for linje gennem (x_o, y_o) med hældning a	$y - y_o = a(x - x_o)$	I overensstemmelse med $a = \frac{y-y_0}{x-x_0}$
Ligning for tangent gennem (x_o, y_o)	$y - y_o = f'(x_o)(x - x_o)$	Samme formel, da $f'(x) = a$
Tangent til $f(x)=x^2$ gennem $(3,9)$	$f'(x)=2x$ og $f'(3)=6$ Ligning: $y - 9 = 6(x-3)$	

Integral / Stamfunktion		
$f(x)$	$\int f(x)\,dx$	
$4x$	$2x^2 + k$	Fordi $(2x^2 + k)' = 4x$
$4x + 3$	$2x^2 + 3x + k$	Fordi $(2x^2 + 3x + k)' = 4x + 3$
3	$3x + k$	Fordi $(3x + k)' = 3$
$6x^2$	$2x^3 + k$	Fordi $(2x^3 + k)' = 6x^2$
x^3	$\frac{1}{4}x^4 + k$	Fordi $(\frac{1}{4}x^4 + k)' = x^3$
$5x^3+6x^2-4x+3$	$\frac{5}{4}x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x + k$	Fordi $(\frac{5}{4}x + 2x^3 - 2x^2 + 3x + k)' = 5x^3+6x^2-4x+3$
$\boldsymbol{x^n,\ n \neq -1}$	$\boldsymbol{\frac{1}{n+1}x^{n+1} + k}$	Fordi $(\frac{1}{n+1}x^{n+1} + k)' = x^n$
$x^{-1} = \frac{1}{x},\quad x>0$	$Ln(x) + k$	Denne formel er vanskelig at forklare. Den skal man bare huske. Bemærk $Ln(x)$ er kun defineret for $x>0$.
$x^{-1} = \frac{1}{x},\quad x<0$	$Ln(-x) + k$	Denne formel er vanskelig at forklare. Den skal man bare huske. Bemærk, at når $x<0$ så er $-x>0$ og $Ln(x)$ er defineret.
$x^{-1} = \frac{1}{x},\quad x \neq 0$	$Ln(\lvert x \rvert) + k$	Denne formel er en sammenfatning af de to ovenstående formler.
e^x	$e^x + k$	Fordi $(e^x + k)' = e^x$
For x>0: $\int \frac{1}{x}\,dx =$	$ln(x) + k$	Denne formel er faktisk den samme som den 4 rum højere oppe.
For x<0: $\int \frac{1}{x}\,dx =$	$ln(-x) + k$	Denne formel er faktisk den samme som den 4 rum højere oppe.
	Arealet af det grå område er $\int_a^b \boldsymbol{f(x)\,dx}$	

Vækst

	Lineær vækst		Eksponentiel vækst	
Regne-forskrift	$y = ax + b$	Tænk på en taxa til ***a*** kr pr km og ***b*** kr i startgebyr.	$y = ba^x$	Svarende til $K = K_0 \cdot (1+r)^n$
a	$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$	Km-pris = $\frac{prisforskel}{kmforskel}$	$a = \sqrt[(x_2-x_1)]{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}$	Hvis fx $(x_2-x_1)=7$, skal gælde $y_2 = y_1 \cdot a^7$. Formlen passer fordi $a = \sqrt[7]{\frac{y_2}{y_1}} \Leftrightarrow a^7 = \frac{y_2}{y_1} \Leftrightarrow y_2 = y_1 \cdot a^7$
b	$b = y_1 - ax_1$	Startgebyr = pris i alt minus prisen for kørte km.	$b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$	Fordi $y_1 = ba^{x_1} \Leftrightarrow b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$
	a *er ændring i y, når x vokser 1*	***b*** *er funktions-værdien, når x=0*	***a*** *er fremskriv-ningsfaktoren for y, når x vokser 1.* ***a****=(1+r)*	***r*** *er rentefod/vækstrate* ***b*** *er funktionsværdien når x=0.* ***T2*** *er ændring i x, svarende til fordobling af y.* ***T½*** *er ændring i x svarende til halvering af y.*
			$T_2 = \frac{Log(2)}{Log(a)}$	$T_{½} = \frac{Log(½)}{Log(a)}$